MATEMATIKA (5x5)

a 11–12. évfolyamon emelt óraszám (fakultáció)

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanulásához, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a

matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analizáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődéséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valósághoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznossága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulásszervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika kerettanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyeken keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példákon is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

A *fogyasztóvédelemre,* a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyeken keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríthetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban, mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);

- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoportmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- számítsanak arra, hogy munkájuk elvégzése után **önértékelést** is kell végezniük;
- hallgassák meg **társaik értékelését** az adott szempontok alapján;
- fogadják meg **tanáraik** észrevételeit, **javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés,** tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

	11. évf.	**12. évf.**
Matematika	5 óra	5 óra

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:

3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.2.04-es sorszámú matematika kerettanterve alapján készült.

A 11. és a 12. évfolyamon a kerettantervi óraszámhoz képesti 2-2 óranövekménybe a hatályos érettségi vizsgaszabályzatban szereplő emelt szintű tananyagrészek kerültek beépítésre.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyekhez kell az

előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

A magasabb óraszámban tanuló diákok nagy részétől elvárható, hogy emelt szintű érettségi vizsgát tegyen, ezért az elsődleges cél a sikeres vizsga letételére való felkészítés. Az ilyen csoportokba járó tanulók zöme feltételezhetően olyan egyetemre, főiskolára fog kerülni, ahol a matematikát mint elméleti és/vagy mint alkalmazott tudományt fogják tanulni. Ezért a logikát fejlesztő feladatok mellett fel kell készíteni olyan ismeretekre is őket, melyek későbbi tanulmányaikat elősegíthetik. Ezek a célkitűzések csak akkor érhetők el, ha a tanulók külön fakultációs csoportban vesznek részt a heti 5 tanítási órán.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diszkussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést (esetleg a későbbiekben a matematikussá válást) tudatosan fejlesztjük.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátageometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotása (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák

gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	5 óra/hét (180 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	16 óra
2. Számtan, algebra	50 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	54 óra
4. Geometria	46 óra
5. Valószínűség, statisztika	14 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret** **javasolt óraszám 16 óra** (folyamatosan)
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. *Matematikatörténet:* magyar vonatkozású ismeretek.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. *Matematikatörténet:* Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráf-modell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Teljes indukció	A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása.	Frontális munka.		
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztása jelentőségének felismerése a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció, ismétlés nélküli kombináció. *Matematikatörténet:* Erdős Pál.	A permutáció, variáció, kombináció fogalmainak megkülönböztetése, alkalmazásuk összetett feladatokban. Eljárások, jelölések használata, összetett kombinatorikai feladatok megoldásánál is.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A binomiális tétel. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Halmaz, részhalmaz elemeinek száma.	A binomiális tétel szerepének megmutatása különböző alkalmazásokban. A Pascal-háromszög képzési szabályainak felfedezése a tulajdonságok bizonyítása. Többféle bizonyítási módszer alkalmazása halmazok elemszámának igazolására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka.		
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka.		

Skatulyaelv. Logikai szita.	Szétválogatás különböző szempontok szerint, e szempontok egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Különböző konkrét matematikai játékok algoritmusa.	Egyszerű játékalgoritmusok megismerése, elkészítése, illetve kész algoritmusok értelmezése, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor. Permutáció, variáció, kombináció. Skatulyaelv, logikai szita. Binomiális együttható.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számtan, algebra**	**Órakeret** **javasolt óraszám 50 óra**
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Racionális, irracionális számok. Abszolút érték. Négyzetgyök.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonságok alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás, periodicitás). Diszkussziós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Paraméteres első- és másodfokú egyenletek.	Műveletek biztos elvégzése betűkifejezésekkel. Diszkusszió elvégzése, szükségességének felismerése	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Magasabbfokú egyenletek: • másodfokúra visszavezethető; • reciprok; • szimmetrikus.	A különböző egyenletmegoldási módszerek felismerése. Ekvivalens lépések vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Abszolút értékes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	A tanult ismeretek felhasználása összetett egyenleteknél. Grafikus megoldási módszer felelevenítése és alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összetettebb gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	Biztos algebrai átalakítások elvégzése. Hamis gyökök kiszűrése. A megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek.	Új módszerek megismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		T: Számológép

Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer.	A megoldások számának vizsgálata.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Másodfokú egyenletrendszerek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével (értelmezési tartomány, értékkészlet-vizsgálat, monotonitás).	A tanult módszerek együttes alkalmazása összetett feladatoknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványazonosságok igazolása. Az , illetve az kifejezések szorzattá alakítása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Polinomok osztása. Oszthatósági feladatok.	Polinomok osztása algoritmusának ismerete. A tanult ismeretek felidézése és alkalmazása új problémamegoldási szituációban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nevezetes közepek és közöttük lévő relációk ismerete *n* elem esetén.	A megismert összefüggések alkalmazása egyenlőtlenségek,	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		T: Számológép

	szélsőérték-feladatok megoldásában. Számtani és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.	Frontális munka.		
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia-elv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, a sorozat határértékének felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például:	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás.	T: Számológép

	befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Frontális munka.	*Földrajz; biológia-egészségtan:* globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	
A logaritmus értelmezése. *Matematikatörténet*: A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép

A logaritmus azonosságainak bizonyítása és alkalmazása.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális és logaritmikus egyenletrendszerek.	A már tanult gondolatmenet panelként történő felhasználása új helyzetben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, alkalmazása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez,	T: Számológép

igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.			gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	
A tanult azonosságok (pl. addíciós tételek) alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenletek.	Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. Periodikus függvényt szerepeltető egyenletekben a végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek.	Egységkör és a trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása a megoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Az *n*-edik gyök. Racionális és irracionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Paraméter. Harmonikus, négyzetes, mértani és számtani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei**	**Órakeret** **javasolt óraszám 54 óra**

Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer.
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata. Pénzügyi alapismeretek elsajátítása. Az egyéni döntés felelősségének felismerése.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép TD: interaktív tábla
A trigonometrikus függvények transzformációi: , ; ; ; .	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs	TD:

		Frontális munka.	programok használata.	interaktív tábla
Hatványfüggvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Az exponenciális függvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény-modell): a lineáris és az exponenciális növekedés / csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz:* a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.	
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmusfüggvények grafikonja, jellemzésük.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD:

				interaktív tábla
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben	Függvény és inverze grafikonjának ábrázolása a koordináta-rendszerben.	Frontális munka.		
Összetett függvények értelmezése.	Példa nem kommutatív tulajdonságú műveletre.	Frontális munka		
Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon, illetve az értelmezési tartományának minden pontjában.	Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Függvények • véges helyen vett véges; • véges helyen vett végtelen; • végtelenben vett véges; • végtelenben vett végtelen határértéke. A függvény határértéke a nulla pontban.	A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. A határérték és a folytonosság kapcsolatának megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Függvények differenciálhatósága. A derivált függvény. Konstans függvény, hatványfüggvény, trigonometrikus függvények deriválása.	A különbséghányados függvény és határértékének szemléletes bemutatása az érintő vagy a gyorsuló mozgást végző test pillanatnyi sebességének meghatározása segítségével. A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgások, rezgőmozgás.	
Műveletek differenciálható függvényekkel.	Összeg-, szorzat-, hányados- és összetett függvények deriváltja.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A differenciálszámítás függvénytani alkalmazása.	Érintő egyenletének felírása, függvénydiszkusszió (függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása). Gyakorlati szélsőérték-problémák megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A számsorozat fogalma. *Matematikatörténet:* Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. Sorozatok ábrázolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és	T: interaktív tábla

		Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	
Sorozatok tulajdonságai: korlátosság, monotonitás.	Definíciók pontos ismerete. Konkrét sorozatok tulajdonságainak megsejtése a szemlélet útján, illetve ezek bizonyítása a definíciók felhasználásával.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergens sorozatok. Egy adott pont *r* sugarú környezete. Küszöbszám kiszámítása.	A sorozat határértékének definíciója. Konvergens, tágabb értelemben vett konvergens és divergens sorozatok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergencia, monotonitás és korlátosság kapcsolata.	Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával. Szükséges és elégséges feltétel felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Műveletek konvergens sorozatokkal.	Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		

	konvergenciája és határértéke – bizonyítás, meghatározás.	Frontális munka.		
Nevezetes sorozatok határértéke.	és sorozatok határértékének megsejtése és ismerete.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Cantor-axióma. *Matematikatörténet:* axióma és tétel közötti különbség.	Az axióma nyújtotta lehetőségek megismerése: az irracionális számok megalkotása, vagy terület- és térfogatszámításnál összefüggések bizonyítása.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Számtani sorozat, az *n*. tag, az első *n* tag összege. Számtaniközép-tulajdonság. *Matematikatörténet:* Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Mértani sorozat, az *n*. tag, az első *n* tag összege. Mértaniközép-tulajdonság.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* exponenciális	T: Számológép

			folyamatok vizsgálata.	
Végtelen mértani sor. *Matematikatörténet:* Zénon-paradoxonok. Pl. Arisztotelész, Viète, Fejér Lipót, Riesz Frigyes eredményei a matematikának ezen a területén.	A végtelen mértani sor összegének meghatározása és alkalmazása geometriai feladatokban, szakaszos tizedes törtek közönséges törtté alakításában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; filozófia:* az emberi megismerés lehetőségei, a tapasztalat és a tudomány összhangja. A tudomány fejlődése.	T: Számológép interaktív tábla
Kamatos kamatszámítás, pénzügyi alapfogalmak (tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjáradék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel).	A problémához illeszkedő matematikai modell választása. A tanult ismeretek mozgósítása (logaritmus, százalékszámítás). Szövegértés fejlesztése: a szövegbe többszörösen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk azonosítása és összekapcsolása. Különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.	T: Számológép TD: interaktív tábla

	hitel költségei, a törlesztés módjai. Információk keresése és értelmezése különböző egyéni pénzügyi döntésekkel kapcsolatban (befektetés, hitel). Az egyéni döntés felelősségének belátása.			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat. Végtelen mértani sor. Korlátos sorozat, monoton sorozat, konvergens sorozat, divergens sorozat, küszöbszám. Axióma. Függvények folytonossága, határértéke. Derivált függvény, különbségi hányados. Tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjáradék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret** **javasolt óraszám 46 óra**
Előzetes tudás	Térelemek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb	

	felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Kerületi és középponti szögek fogalma és tételei.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása.	Frontális munka		TD: Interaktív tábla
Párhuzamos szelők tétele, szelőszakaszok tétele, egy speciális esetének megfordítása. Szakasz arányos osztása.	Gondolatmenet megfordíthatóságának felismerése, belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szögfelezőtétel.		Frontális munka		
Húrnégyszögek és érintőnégyszögek definíciója, tételei.	Négyszögek osztályozása, különbözőségek, azonosságok tudatosítása.	Frontális munka	*Vizuális kultúra:* építészet.	TD: Interaktív tábla

	Szükséges és elégséges feltételek megtalálása.			
A merőleges vetítés.	Képi emlékezés gyakorlása. A megszerzett ismeretek alkalmazása összetettebb problémákban. Azonosságok és különbözőségek megfogalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Szakasz merőleges vetületének hossza.	Szögfüggvények alkalmazása a meghatározás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel). Háromszögek, négyszögek, térbeli alakzatok hiányzó adatainak meghatározása. A kapott eredmények vizsgálata, valóságtartalmának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása adott állású összetevőkre. *Földrajz*: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép

A háromszög területképleteinek ismerete és bizonyítása: • két oldal és az általuk közbezárt szög szinusza; • egy oldal és a rajta fekvő két szög szinusza; • oldalak és a körülírt kör sugara.	A tanult bizonyítási módszerek és képletek alkalmazása sokszögek adatainak, területének meghatározásakor. Problémamegoldás során a lényeges és lényegtelen adatok szétválasztása. Elemezhető ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Vektorműveletek, vektorfelbontások, vektorkoordináták ismétlése. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektor hossza. Helyvektorok, szabadvektorok.	Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanazon probléma többféle megoldási vetületének meglátása. Átkódolás különböző modellek között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektormennyiségek (pl. erő, sebesség, térerősség).	
Skaláris szorzat definíciója, műveleti tulajdonságai.	A művelet újszerűségének felfedezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* munka, elektromosságtan.	
Párhuzamos és merőleges vektorok skaláris szorzata.	Szükséges és elégséges feltétel felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		T: Számológép

Skaláris szorzat kiszámítása a vektorok koordinátáiból. Vektor ± 90°-os elforgatottjának koordinátái.	Bizonyítás során egyszerű gondolatmenet követése, megfordítása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Műveletek vektorok koordinátáival. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	Műveleti tulajdonságok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* vektorgrafikus ábrázolás.	T: Számológép
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, adott arányú osztópontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása. Ismeretek alkalmazása újabb ismeretek megszerzésében, sejtések, indoklások megfogalmazásában. A levezetésekben tanult módszer elsajátítása. Kapcsolat felfedezése az elemi geometria és az algebra között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hely megadása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD:

				Interaktív tábla
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma, összefüggések közöttük.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Iránytangens és az egyenes meredeksége.	Függvények és a koordináta-geometria kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordináta-geometriai feltételei.	Szükséges és elégséges feltétel. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenes normálvektoros, illetve irányvektoros egyenlete. Két ponton átmenő egyenes egyenlete.	Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból. Régebbi ismeretek felhasználása a bizonyítás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép

Az egyenes egyenletének iránytényezős alakja.				
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Pont és egyenes távolsága (két párhuzamos egyenes távolsága).	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Adott középpontú és sugarú kör egyenlete.	A kör egyenletének levezetése. Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet.	Paraméteres másodfokú kétismeretlenes egyenlet vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör egy adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Külső pontból körhöz húzott érintő egyenletének felírása.	A megoldás keresése többféle módszerrel (Thalész-tétel, diszkrimináns vizsgálata).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása a középpontok koordinátáiból és a sugarakból, érintkező körök.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Egymást metsző körök metszéspontjainak meghatározása. A másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása és a metszéspontok számának kapcsolata.				
Parabola definíciója, jellemzői (fókuszpont, vezéregyenes, paraméter, tengelypont, szimmetriatengely).	Parabolapontok szerkesztése. A jellemző adatok értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabola egyenlete.	Másodfokú kétismeretlenes egyenlet átalakítása az alakzat adatainak meghatározásához. Az alakzatok egyenletének levezetése speciális esetben (tengelyponti egyenlet).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Parabola érintője.	Az érintő fogalmának pontosítása. Régebbi ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD:

				Interaktív tábla
Egyenlettel, egyenlőtlenséggel megadott ponthalmazok vizsgálata.	Ponthalmazok metszetének meghatározása koordinátarendszerben. Az algebra és a geometria összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Lineáris programozás elemei.	Az egyenes egyenletének alkalmazása matematikai és gyakorlati jellegű feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinusz, koszinusz, tangens. Bázisvektor, bázisrendszer, helyvektor, szabadvektor. Skaláris szorzat. Egyenes, kör, parabola egyenlete. Terület. Kerületi szög, középponti szög. Normálvektor, irányvektor, parabola, fókuszpont, vezéregyenes. Húrnégyszög, érintőnégyszög.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret** **javasolt óraszám 14 óra**

Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínűség.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolatának belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

A valószínűség klasszikus modellje. A valószínűségszámitás axiómái. *Matematikatörténet:* Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolatának vizsgálata. A matematika épülésének elvei, az axiómákra alapuló tételek és bizonyításuk megértése, reprodukálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla
A binomiális és hipergeometrikus eloszlás. Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel.	A problémához illeszthető modell választása. Az adott eloszlások szórásának, várható értékének vizsgálata konkrét példákon keresztül.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. Reprezentatív mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényegének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* választások.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

	Közvélemény-kutatás, minőségellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség. Klasszikus valószínűségi modell. Szórás. Binomiális eloszlás, hipergeometrikus eloszlás.			

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátáival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.
- Ismeri s mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.
- Ismeri a függvény folytonosság és differenciálhatóság fogalmát. Alkalmazza a deriválási szabályokat.
- Képes a differenciálszámítás alapelemeivel függvények ábrázolására és jellemzésére.

12. évfolyam

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...", az „akkor és csak akkor" helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordinátarendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűségszámítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	5 óra/hét (155 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	7 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	34 óra
4. Geometria	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	15 óra
6. Rendszerező összefoglalás	65 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret** **javasolt óraszám 7 óra** (folyamatosan)
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Teljes indukció. n tagú összegek zárt formában való felírása, oszthatósági feladatok.	*n* tagú összegek zárt formában való felírásának megsejtése és bizonyítása, oszthatósági feladatok bizonyítása. A sejtés szerepének felismerése egy állítás megfogalmazásában. Egyes esetekből következtetés az általánosra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka		
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei**	**Órakeret** **javasolt óraszám 34 óra**
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. Pénzügyi alapismeretek. Az egyéni döntés felelősségének.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Alsó és felső közelítő összeg. A határozott integrál definíciója és tulajdonságai. A határozott integrál és a terület kapcsolata. *Matematikatörténet:* Riemann munkássága.	Beírt és körülírt téglalapok területének összegzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla

Az integrálfüggvény értelmezése.	A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat felfedezése.	Frontális munka.		
A primitív függvény és a határozatlan integrál fogalma és tulajdonságai.	Alapintegrálok megsejtése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Integrálási módszerek.	Módszer megismerése az $f(ax+b)$ és az $f(x)\cdot f'(x)$ alakú függvények integrálására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Newton–Leibniz tétel. *Matematikatörténet:* Newton munkássága.	A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alsó közelítő összeg, felső közelítő összeg, határozott integrál, határozatlan integrál, integrálfüggvény, primitív függvény.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret** **javasolt óraszám 34 óra**
Előzetes tudás	Térelemek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: terület, felszín és térfogat kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Síkidomok kerület- és területszámításának eddig tanult részeinek áttekintése.	Képi emlékezés, ismeretek felidézése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Fizika:* terület, kerület meghatározás.	T: Számológép

(Háromszögek, négyszögek, kör és részei.)	Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.	Frontális munka.	*Földrajz:* térképkészítési elvek, felszínszámítás.	
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlák és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). Térbeli viszonyok, testek ábrázolási lehetőségei síkban. A tényleges alkotás összevetése az elképzelttel. Képi emlékezés. Megfigyelés adott tulajdonság szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* axonometria. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). *Kémia:* kristályok. *Technika, életvitel és gyakorlat:* a mindennapjainkban előforduló térbeli alakzatok modellje, absztrakciója.	T: számológép TD: interaktív tábla testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás eddig tanult részeinek áttekintése.	Testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése, különféle síkmetszetek lerajzolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: térfogat- és felszínszámítás.	T: Számológép

Matematikatörténet: Cavalieri, Archimédesz, piramisépítés.	Adott tárgy több nézőpontból való elképzelése, vetületek megrajzolása.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás		
Csonkagúla, csonkakúp felszíne és térfogata.	A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felhasználása a képletek levezetésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A gömb felszíne és térfogata.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egymásba írt testek felszínének, térfogatának vizsgálata. Térgeometriai ismeretek alkalmazása.	Térgeometria a mindennapjainkban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* vérkeringéssel kapcsolatos számítási feladatok.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Csonkagúla, csonkakúp. Gömb. Merőleges vetítés.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret** **javasolt óraszám 15 óra**
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek. Műveletek az események között.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Geometriai valószínűség.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Feltételes valószínűség. Független események. A feltételes valószínűség fogalma példákon keresztül. A Bayes-tétel szemléletes megértése.	A matematika több területének összekapcsolása (halmazok, gráfok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

A valószínűségi változó.	Jelölések megjegyzése, fogalom megértése konkrét példákon keresztül.	Frontális munka.		
A valószínűségi változó várható értéke, szórása.	A várható érték, szórás szerepének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nagy számok törvényének szemléletes tartalma. *Matematikatörténet:* Bernoulli.	A matematika és a valóság kapcsolatának bemutatása példákon keresztül.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Feltételes valószínűség, függetlenség, függőség, geometriai valószínűség. Valószínűségi változó, várható érték, szórás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**6. Rendszerező összefoglalás**	**Órakeret** **javasolt óraszám 65 óra**
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Megfelelés az emelt szintű érettségi követelményeknek.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Gondolkodási és megismerési módszerek				
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Filozófia:* logika – a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.	TD: interaktív tábla
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Bizonyítási módszerek.	Direkt, indirekt bizonyítások, teljes indukció, skatulyaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Kombinatorika.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel, műveletek függvényekkel.	Alkalmazás elemzés, problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Számtan, algebra

Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepe, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* képletek használata.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek (első- és másodfok, négyzetgyökös, abszolút értéket, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus). Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.	Alkalmazás feladatmegoldásban, modellalkotásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek. Algebrai megoldás, grafikus megoldás.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD:

Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Önellenőrzés. Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.			interaktív tábla
Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfok, abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus).	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető, mindennapjainkból vett szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. Törekvés a hatékony, önálló tanulásra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* matematikai modellek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei				
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla

	Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.			
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		TD: interaktív tábla
Függvénytranszformációk: , ; ; ; . Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Differenciálszámítás.	Függvénydiszkusszió, gyakorlati szélsőérték-feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Integrálszámítás.	Terület- és térfogatszámítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Sorozatok és tulajdonságaik.	Sorozatok jellemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		T: Számológép

		Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Függvények használata valós folyamatok elemzésében.	Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* matematikai modellek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometria				
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Négyszögekre vonatkozó tételek és. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Körre vonatkozó tételek. Számítási feladatok.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD:

	Alkalmazásuk problémamegoldásban.			interaktív tábla
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. *Matematikatörténet:* a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám *n*-esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. Görbék érintői. *Matematikatörténet:* nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		T: Számológép

Forgásszögek.		Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Kerületszámítás, területszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A tanult térbeli alakzatok áttekintése.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Valószínűségszámítás, statisztika				

Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentősége.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Valószínűségi változók, eloszlások.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:* szenvedélybetegségek és rizikófaktor.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			

Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezős felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A permutáció, variáció, kombináció fogalmának, kiszámítási módjának ismerete.
- A direkt és indirekt bizonyítás, a skatulyaelv, a teljes indukció és a logikai szitaformula ismerete és alkalmazása.
- A tételek és megfordításuk megkülönböztetése, megfelelő módon történő alkalmazása. Feltétel és következmény felismerése következtetésben.
- Az ekvivalencia, az implikáció, a konjunkció és a diszjunkció szerepének felismerése az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldásakor.
- A Pascal-háromszög és képzési szabályának ismerete, *n* elemű halmaz összes részhalmazának kiszámolása.
- A kvantorok használata állítások, tételek megfogalmazásakor (pl. az analízis fogalmai esetében).
- A gráfokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, s ezek segítségével egyszerűbb feladatok megoldása.
- A tanulók tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani, a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével, és tudják ezeket összetettebb feladatokban is alkalmazni.
- Alkalmazzák a matematikai logikában tanult ismereteiket állítások megfogalmazásában, fogalmak meghatározásakor.
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban.
- Tudjanak algoritmusokat értelmezni, s készíteni. Lássák és értsék meg különböző típusú játékok matematikai magyarázatát.
- Az ismeretek elsajátításával, a feladatok megértésével és azok megoldásával alakuljon ki a logikus gondolkodás, pontosságra törekvés. Használják a kreativitásukat és konstruktivitásukat a problémák megoldása során.

Számtan, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak ismerete és alkalmazása.
- Trigonometrikus azonosságok ismerete, és a függvénytáblázat használata.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása, önálló ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.
- A mindennapok gyakorlatában és a tudományban előkerülő problémák megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép, számítógép célszerű használata a feladatmegoldásokban.
- A tanulók tudják definiálni számok n-edik gyökét, alkalmazni a gyökökre vonatkozó azonosságokat. Készségszinten alkalmazzák a hatványozás és a logaritmus

azonosságait. Tudjanak azonosságokat igazolni, s a tanult azonosságokat (pl. az addíciós tételeket) feladatok megoldásában alkalmazni.

- Tudjanak megoldani egyszerűbb paraméteres egyenletet, készségszinten oldjanak meg kétismeretlenes lineáris és másodfokú egyenletrendszert, ismerjék a megoldások számának különböző lehetőségeit. Ismerjék fel, ha magasabbfokú egyenlet megoldását vissza lehet vezetni másodfokúra, és tudják az ilyen egyenleteket megoldani.
- Tudják, hogy a trigonometrikus egyenletnek végtelen sok megoldása is lehet, s tudják, hogy ilyen esetben hogyan állapítható meg a gyökök valódi vagy hamis volta.
- Tudjanak szöveges feladatot leírni az egyenlet nyelvén, a megoldását ellenőrizni. Képesek legyenek szélsőérték-problémákhoz a célszerű matematikai modellt megtalálni.

Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei

- Trigonometrikus függvények értelmezése.
- Függvénytranszformációk alkalmazása.
- Exponenciális, logaritmikus, hatványfüggvények ismerete.
- Inverz függvény, összetett függvény felismerése, képzése.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A differenciálszámítás alkalmazása.
- Az integrálszámítás alkalmazása.
- Sorozatok és tulajdonságaik ismerete.
- A számtani és a mértani sorozat. A végtelen mértani sor fogalmának ismerete, összegének meghatározása speciális esetekben.
- Az új függvények ismerete és jellemzése során a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- Ismerjék a függvény határértékének és folytonosságának fogalmát. Tudják a tanult függvények adott helyhez tartozó határértékét megállapítani. Tudjanak példákat adni folytonos és nem folytonos függvényekre. Ismerjék és értsék a differenciálhányados fogalmát. Tudják, hogy a deriváltfüggvény segítségével hogyan vizsgálható a függvény menete, hogyan lehet meghatározni a függvény lokális szélsőértékeit. Ismerjenek elemi módszereket is a szélsőértékek megállapítására.
- Ismerjék a kétoldali közelítés módszerét. Ismerjék a határozott integrál fogalmát, tulajdonságát, a primitív függvény fogalmát, a Newton-Leibniz tételt, s tudják a felsoroltakat feladatmegoldásokban alkalmazni.
- Tudják a sorozatok tulajdonságait felhasználni a gyakorlati feladatok megoldása során.

Geometria

- A tanuló ismerje, tudja bizonyítani és alkalmazni a kerületi és középponti szögek tételét és megfordítását, a húrnégyszögek tételét, az érintőnégyszögek tételét, ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét.
- A szinusz és koszinusz tétel ismerete, célszerű használata.
- Két vektor skaláris szorzatnak meghatározása.
- Tudja használni a tanuló a vektorokat a koordináta-rendszerben.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, egyenes, kör és a parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- A tanulók alkalmazzák számolási, gyakorlati feladatokban a háromszögekre vonatkozó általános tételeket.
- Ismerjék és tudják bizonyítani a háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira vonatkozó tételeket, tudják ezeket alkalmazni bizonyítási és szerkesztési feladatokban.
- Ismerjék az euklideszi szerkesztés fogalmát, a szerkesztési feladatok megoldási lépéseit, tudjanak megoldani háromszögek, négyszögek szerkesztésére vonatkozó feladatokat.
- Tudjanak valós problémákhoz geometriai modellt alkotni, és a megoldásnál az ismereteiket alkalmazni.
- Ismerjék a skaláris szorzat fogalmát, tulajdonságait, koordinátákkal való kiszámítási módját. Koordinátageometriai ismereteik segítségével tudjanak geometriai számítási és egyszerűbb bizonyítási feladatokat megoldani.
- Tudjanak térbeli problémákhoz axonometrikus ábrát készíteni, ezzel a megoldást elősegíteni.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus modelljének, a valószínűség-számítás axiómáinak ismerete.
- Geometriai valószínűség kiszámítása.
- Feltételes valószínűség, független esemény fogalmának ismerete.
- A valószínűségi változó fogalmának szemléletes tartalma.
- A binomiális és hipergeometrikus eloszlás alkalmazása.
- A valószínűségi változó várható értékének, szórásának meghatározása speciális esetben.
- A nagy számok törvényének szemléletes megértése.
- A tanulók a mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. Véges, végtelen sok kimenetelű kísérlethez tudjanak megfelelő modellt készíteni.

- Értsék a várható érték, a szórás jelentését, tudják kiszámítani a tanult eloszlásoknál. Tudják egyszerűbb valószínűségi játékok esélyelemzését elvégezni. Értsék meg, hogy egyes események valószínűsége bizonyos feltételektől függhet.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.
- A matematikai tanulmányok végére a matematikatudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.

Rendelkezzenek alapvető matematikai kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.